《数学大观》

十、正负术及运算法则

主 讲 人 ： 青 课

在《九章算术》中方程章已用到正负术：在解“方程”进行消元过程中，不可避免地会出现“以大减小”不够减的情形，要保证这种机械化的算法畅通无阻，就必须引入正负术。

因此，正负术的引入是“方程”算法机械化的结果。

如该章的第8题：

今有卖牛二、羊五，以买一十三豕，有余钱一千；卖牛三、豕三，以买九羊，钱适足；卖羊六、豕八，以买五牛，钱不足六百。

问牛、羊、豕价各几何?

术曰：如方程。置牛二、羊五正，豕一十三负，余钱数正；次，牛三正，羊九负，豕三正；次，牛五负，羊六正，豕八正，不足钱负。以正负术入之。

答曰：牛价一千二百，羊价五百，豕价三百。

若每头牛、羊、豕的价格分别用x、y、z表示，则可列出如下的方程（组）：

$$\begin{cases} 2x + 5y - 13z = 1000, \\ 3x - 9y + 3z = 0, \\ -5x + 6y + 8z = -600 \end{cases}$$

在这里方程的各项系数及常数项中都出现了负数

刘徽为《九章算术》本题术文“正负术”作注时说：“今两算得失相反，要令正负以名之。正算赤，负算黑，否则以邪正为异”。

指算筹

刘徽还认为：“言负者未必负于少，言正者未必正于多。”

“为无对也，无所得减也……”

刘徽规定了正负数的减法法则：

同名相除，异名相益，正无入负之，负无入正之。

当$a \geq b > 0$时 $(\pm a) - (\pm b) = \pm (a-b)$　$(\pm a) - (\mu b) = \pm (a+b)$　$0 - (\pm a) = \mu a$

刘徽规定了正负数的加法法则：

异名相除，同名相益，正无入正之，负无入负之。

$(\pm a)+(\mu b)=\pm(a-b)$，这里 $a\geqslant b>0$，

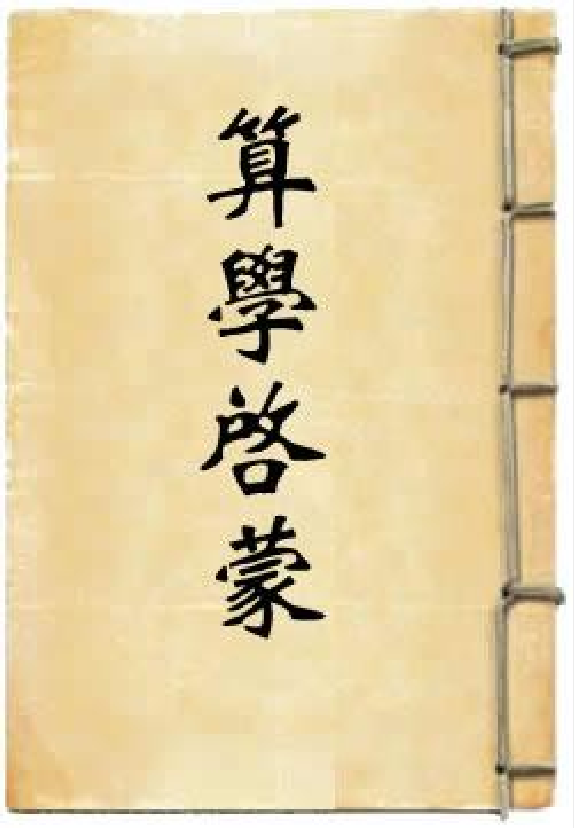
$(\pm a)+(\mu b)=\mu(b-a)$，这里 $b\geqslant a>0$.

$(\pm a)+(\pm b)=\pm(a+b)$

$0+(\pm a)=\pm a$，$a>0$

在《九章算术》时代或许会遇到有关正负数的乘除运算，可惜书中并未论及，直到元代朱世杰在《算学启蒙》(1299)中才有明确的记载：

“同名相乘为正，异名相乘为负”，“同名相除所得为正，异名相除所得为负”。

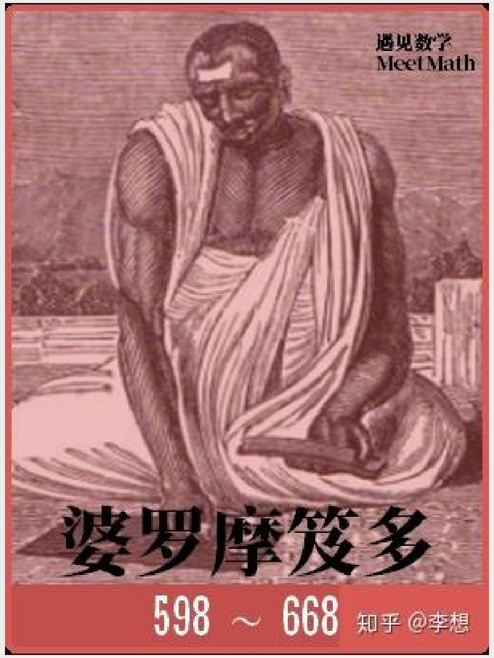


因此最迟于13世纪末，我国对有理数四则运算法则已经全面作了总结。

从正负数概念的引入，到正负数加减运算法则的形成的历史记录，我国都是遥遥领先。

在国外，有很长时期认为负数是一种“荒谬的数”，被摒弃于数的大家庭之外。

首先承认负数的是7世纪印度数学家婆罗摩笈多(Brahmagupta，约598年出生)，比《九章算术》晚了约800年。



欧洲最先认识到负数的是1３世纪意大利的数学家斐波那契(Fibonacci，约1170一约1250)，甚至直到19世纪仍有个别数学家认为负数是无法理解的。

感谢聆听